

АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы»
Центр педагогических измерений



ТЕСТОВАЯ СПЕЦИФИКАЦИЯ ВНЕШНЕГО СУММАТИВНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПО ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА»

12 класс

Астана, 2025

Содержание

1	Цель оценивания	3
1.1	Взаимосвязь с международными стандартами	3
1.2	Взаимосвязь с учебной программой	3
1.3	Взаимосвязь с системой критериального оценивания	3
2	Обзор внешнего суммативного оценивания	3
2.1	Описание экзаменационных работ.....	4
2.2	Задачи оценивания.....	4
2.3	Использование калькулятора.....	5
2.4	Список формул и статистических таблиц	5
2.5	Распределение баллов.....	6
2.6	Язык экзамена	6
3	Управление процессом проведения экзамена.....	6
4	Процесс выставления баллов	6
5	Процесс выставления оценок.....	6
5.1	Описание оценок.....	7
6	Примеры вопросов и схем выставления баллов.....	8
6.1	Экзаменационная работа 1	9
6.2	Экзаменационная работа 2	11
6.3	Экзаменационная работа 3	14

1 Цель оценивания

Цель оценивания – определение уровня знаний и умений учащихся, приобретенных в процессе обучения, а также их способностей применять навыки высокого порядка.

1.1 Взаимосвязь с международными стандартами

Задания внешнего суммативного оценивания по предмету «Математика» в 12 классе разрабатываются в соответствии с международным стандартом Cambridge A-Level.

1.2 Взаимосвязь с учебной программой

Внешнее суммативное оценивание в 12 классе охватывает содержание образовательной программы АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы» – NIS-Programme для 11-12 классов. Уровень знаний и умений, а также навыки учащихся определяются ожидаемыми результатами учебной программы по предмету «Математика».

1.3 Взаимосвязь с системой критериального оценивания

Внешнее суммативное оценивание является частью системы критериального оценивания, которая также включает формативное оценивание, суммативное оценивание за раздел и четверть.



2 Обзор внешнего суммативного оценивания

Все учащиеся выполняют три экзаменационные работы. Каждая экзаменационная работа может содержать задания из любого раздела учебной программы, при этом три экзаменационные работы в совокупности охватывают все разделы программы.

2.1 Описание экзаменационных работ

Экзаменационная работа 1	80 минут
Учащиеся отвечают на 25-30 вопросов. Каждый вопрос оценивается 2-3 баллами. Учащийся должен показать знание и понимание основных математических фактов, понятий и приемов. Вопросы охватывают разные разделы учебной программы 11 и 12 классов. Не допускается использование калькуляторов.	
60 баллов – 26% от общего количества баллов	

Экзаменационная работа 2	120 минут
Учащиеся выполняют примерно 12 заданий. Каждое задание оценивается в 3-15 баллов в зависимости от объема и требований вопроса. Задания оценивают способность учащегося приводить математические аргументы, синтезировать знания из разных разделов программы и интерпретировать решения с учетом условий для данной задачи. Разрешается пользоваться калькулятором, но для получения максимального балла учащиеся должны показать пошаговый ход решения в своей работе.	
90 баллов – 39% от общего количества баллов	

Экзаменационная работа 3	120 минут
Учащиеся выполняют примерно 10 заданий. Каждое задание оценивается в 3-12 баллов в зависимости от объема и требований вопроса. Каждое задание фокусируется на определенном контексте и оценивает способность учащегося применять свои знания для решения задачи в этом контексте. Разрешается пользоваться калькулятором, но для получения максимального балла учащиеся должны показать пошаговый ход решения в своей работе.	
80 баллов – 35% от общего количества баллов	

2.2 Задачи оценивания

301	Математические приемы Воспроизведение, выбор и использование знаний математических фактов, понятий и приемов. Учащиеся должны: • понимать основные математические термины, понятия и обозначения; • точно воспроизводить и использовать различные приемы и действия, соответствующие конкретной ситуации.
-----	--

302	Применение математики Применение математических и статистических данных, понятий и приемов для решения задач в различных контекстах. Учащиеся должны: • понимать, как математические приемы могут быть использованы для моделирования ситуации из реальной жизни; • применять комбинацию соответствующих математических и статистических приемов при решении задач; • выбирать и интерпретировать результаты из предыдущих задач.
303	Математическое обоснование Представление обоснованных аргументов и доказательств, используя логические выводы и умозаключения. Учащиеся должны: • делать логические выводы, опираясь на математические данные; • анализировать задачу, выбирать рациональный подход и применять соответствующий прием для ее решения; • распознавать модели и структуры в различных ситуациях, а также делать обобщения; • представлять результаты работы, обосновывая выводы ясным и логическим образом.

2.3 Использование калькулятора

Запрещается использование калькулятора при выполнении заданий экзаменационной работы 1, допускается использование инженерного калькулятора в экзаменационных работах 2 и 3.

Калькулятор должен:

- быть подходящего размера для использования;
- работать на обыкновенных или солнечных батареях;
- быть без крышек, футляров и покрытий с напечатанными инструкциями или формулами.

Калькулятор не должен содержать следующие функции:

- алгебраическое преобразование;
- дифференцирование и интегрирование;
- связь с другими устройствами и Интернетом.

Калькулятор не должен содержать легко извлекаемую информацию, в том числе:

- базу данных;
- словари;
- математические формулы;
- тексты.

2.4 Список формул и статистических таблиц

Учащимся предоставляется справочник, содержащий список формул и статистических таблиц, распределения Пуассона и нормального распределения для использования во время экзамена.

2.5 Распределение баллов

Распределение баллов по задачам оценивания представлено в таблице.

Задачи оценивания	Экзаменационная работа 1	Экзаменационная работа 2	Экзаменационная работа 3	Всего
ЗО1	40	20	20	80
ЗО2	10	20	45	75
ЗО3	10	50	15	75
Всего	60	90	80	230

2.6 Язык экзамена

Экзамен сдаётся в зависимости от языка обучения на казахском или русском языке.

3 Управление процессом проведения экзамена

Экзамены проводятся в соответствии с Инструкцией по организации и проведению внешнего суммативного оценивания учебных достижений учащихся Назарбаев Интеллектуальных школ с соблюдением всех мер безопасности. Инструкция содержит следующие основные пункты:

- экзаменационные материалы и их безопасность;
- обязанности учителей, дежурных и администраторов;
- подготовка аудиторий и материалов для проведения экзамена;
- подготовка соответствующих аудиторий для проведения письменных и практических экзаменов.

4 Процесс выставления баллов

Процесс выставления баллов осуществляется аттестационной комиссией, в состав которой входят главный экзаменатор, лидеры групп и экзаменаторы. Для выставления баллов по каждой экзаменационной работе создаются группы экзаменаторов, возглавляемые лидерами групп.

Во время выставления баллов все экзаменаторы используют одинаковую версию схемы выставления баллов. Экзаменационные работы, проверенные экзаменаторами, выборочно проверяются лидерами групп, главным экзаменатором для обеспечения правильного применения схемы выставления баллов и объективности оценивания.

5 Процесс выставления оценок

Результаты оценивания по каждому предмету выставляются в виде буквенных оценок А*, А, В, С, D и Е, где А* является самым высоким уровнем учебных достижений, а Е – самым низким.

Оценка U (неудовлетворительно) означает, что учащийся не освоил материал учебной программы.

Оценка учебных достижений учащихся по предмету высчитывается

непосредственно из общего балла за все экзаменационные работы, а не из оценок за отдельные экзаменационные работы.

В тестовой спецификации даны описания ключевых оценок А, С и Е. Аттестационная комиссия устанавливает границы для этих оценок на основе профессионального суждения и результатов учащихся. Границы оценок А*, В и D устанавливаются арифметическим путем.

Оценки А*, А, В, С, D и Е переводятся в итоговые оценки.

5.1 Описание оценок

Описание ключевых оценок дается для общего представления стандартов возможных достижений учащихся, за которые присуждается определенная оценка. На практике присужденная оценка зависит от степени соответствия работ учащихся задачам оценивания.

Оценка	Описание
А	Учащийся демонстрирует глубокое знание и понимание предмета. Учащийся является в полной мере компетентным в использовании математических приемов, содержащихся в учебной программе, и способен применять данные приемы в известных и неизвестных контекстах. Учащийся может использовать правильные математические суждения при решении задач, четко обосновывая выбор математических приемов, и способен правильно применить эти приемы для нахождения решения и интерпретации решений с учетом условий исходной задачи.
С	Учащийся демонстрирует хорошее знание и понимание предмета. Учащийся является компетентным в использовании большинства математических приемов, содержащихся в учебной программе, и способен применять их в известном контексте. Учащийся может использовать математические суждения при решении задач и выбрать эффективный метод решения. Способен определить правильность их решения с учетом условий для конкретной задачи.
Е	Учащийся демонстрирует базовые знания по предмету. Учащийся является компетентным в использовании некоторых математических приемов, содержащихся в учебной программе, и способен применять их при решении типовых задач. Иногда при решении несложных задач учащийся может определить соответствующие математические приемы и применить их для поиска решения. В некоторых случаях может интерпретировать результаты решения в заданном контексте.

6 Примеры вопросов и схем выставления баллов

В конце каждого вопроса в квадратных скобках [1] указывается начисляемый за него балл.

В качестве руководства предоставляются схемы выставления баллов, в которых четко указывается количество баллов, присваиваемых за каждый вопрос.

Инструкция по выставлению баллов по предмету «Математика»:

М балл начисляется за применение правильного метода и не отнимается за арифметические ошибки;

А балл начисляется за верный ответ и зависит от предыдущих баллов М, поэтому при М0 балл А1 не начисляется;

В балл выставляется независимо от балла М и начисляется за верный промежуточный результат или верный ответ;

ft в схеме выставления баллов, где указано «*следует из ...*», балл может быть начислен за действия учащегося, которые следуют из ответа на предыдущий вопрос, независимо от того, был он правильным или нет.

6.1 Экзаменационная работа 1

- 1 Уравнение кривой $y = 4xe^{\frac{1}{2}x}$. В некоторой точке кривой $\frac{dy}{dx} = 0$.
Найдите абсциссу этой точки.

[2]

- 2 Решите уравнение $2x - \frac{\pi}{3} = \arcsin \frac{1}{2}$. Ответ запишите в виде $k\pi$.

[2]

- 3 Векторное уравнение прямой

$$\mathbf{r} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k} + s(-\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}).$$

Точка $(4; b; c)$ лежит на прямой. Найдите значение b и значение c .

[2]

- 4 На одной диаграмме Аргана изобразите множество комплексных чисел, которые удовлетворяют следующим условиям:

$$|z + 1| \leq 3 \text{ и } -\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4}.$$

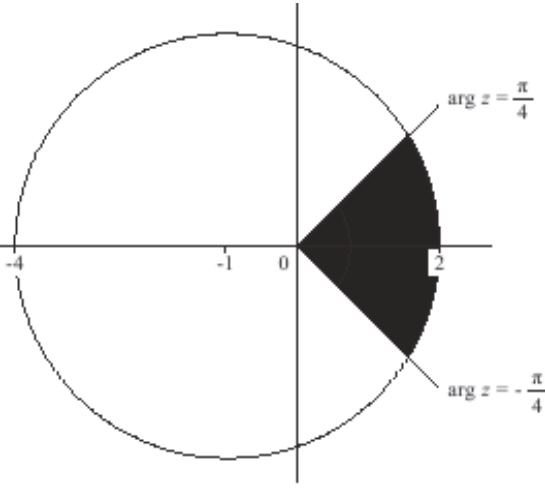
[3]

- 5 Определитель $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ равен k . Известно, что определитель $\begin{vmatrix} a+1 & b \\ c & d+1 \end{vmatrix}$ равен $(k + 1)$.

Докажите, что $a + d = 0$.

[2]

Схема выставления баллов

Вопрос	Ответ	Балл	Дополнительные инструкции
1	Дифференцирует и получает $4e^{\frac{x}{2}} + 2xe^{\frac{x}{2}}$ Получает -2	M1 A1 [2]	
2	$\frac{1}{6}\pi + \frac{1}{3}\pi$ Получает $\frac{1}{4}\pi$ или эквивалент	M1 A1 [2]	
3	$2 - s = 4$ Получает $b = -7$ и $a = -6$	M1 A1 [2]	За попытку нахождения s
20	Рисует окружность (часть окружности) с центром (очевидно) на действительной оси Два луча от начала координат Рисует точное ГМТ и штрихует правильную область 	M1 B1 A1 [3]	Принимайте попытку показать только соответствующую часть правильной окружности
5	Устанавливает по крайней мере одно из $ad - bc = k$, $(a+1)(d+1) - bc = k+1$ Использует два правильных утверждения для подтверждения $a+d=0$ (с достаточно подробным объяснением, потому что ответ дан в вопросе)	B1 B1 [2]	

6.2 Экзаменационная работа 2

- 1 (a) Найдите точное значение $\cos x$, если $2\cos x + \cos 2x = 2$. [3]
- (b) Найдите на промежутке $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ значения x , для которых $2\cos x + \cos 2x = 2$. Запишите ответ с точностью до $0,1^\circ$. [2]
- 2 Среднее арифметическое шести чисел равно 9. Дисперсия этих чисел равна 2. Если к сумме этих шести чисел добавить еще одно число, среднее арифметическое семи чисел будет равно 8,5.
- (a) Найдите добавленное число, [2]
- (b) Найдите дисперсию семи чисел. [4]
- 3 Дано дифференциальное уравнение:
$$\frac{dy}{dx} = \frac{xe^{2x}}{e^y}.$$
Известно, что $y = 1$ при $x = 0$.
Найдите частное решение уравнения, выразите y через x . [7]
- 4 (a) Найдите количество различных перестановок букв в слове
S T A T I S T I C S. [2]
- (b) Найдите количество различных перестановок букв в слове
S T A T I S T I C S,
в которых все буквы «Т» стоят рядом друг с другом. [2]
- (c) Порядок букв в слове
S T A T I S T I C S
выбирается случайно, но так, что три буквы «Т» стоят рядом друг с другом. Найдите вероятность того, что две буквы «I» **не** будут стоять рядом. [4]

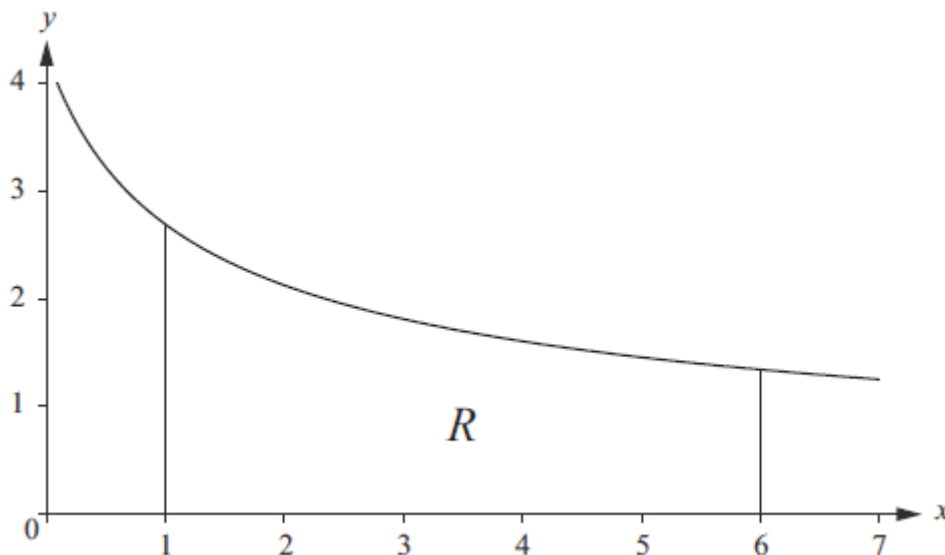
Схема выставления баллов

Вопрос	Ответ	Балл	Дополнительные инструкции
1(a)	$2\cos x + 2\cos 2x - 1 = 2$ $2\cos 2x + 2\cos x - 3 = 0$ $\cos x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+24}}{4}$ $= \text{только } \frac{-1 + \sqrt{7}}{2}$	M1	Использует формулу двойного угла
		M1	
		A1	
		[3]	
1(b)	$x = 34,6$ и $x = 325,4$	B1	Одно верное значение x
		B1	Оба значения верны
		[2]	
2(a)	$7 \cdot 8,5 - 6 \cdot 9$ $5,5$	M1	Новая сумма – старая
		A1	
		[2]	
2(b)	$D = \frac{\sum x^2}{6} - 81$ $\sum x^2 = 498$ Новая $D = \frac{498 + 5,5^2}{7} - 8,5^2$ $= 3,21$ или точный эквивалент	M1	Уравнение с $\sum x^2$
		A1	
		M1ft	Для <i>своих</i> 5,5 и 498
		A1	Или лучше
		[4]	

Вопрос	Ответ	Балл	Дополнительные инструкции
3	$\int e^y dy = \int x e^{2x} dy$ $\int x e^{2x} dx = \frac{x}{2} e^{2x} - \int \frac{1}{2} e^{2x} dx (+ C)$ $\frac{x}{2} e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} (+ C)$ $e^y = \frac{x}{2} e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} (+ C)$ $e = -\frac{1}{4} + C$ $e^y = \frac{x}{2} e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + \frac{1}{4} + e$ $y = \ln \left(\frac{x}{2} e^{2x} - \frac{1}{4} e^{2x} + \frac{1}{4} + e \right)$	M1* M1 A1 A1 DM1* A1 A1 [7]	Верно отделяет и пытается интегрировать обе части Интегрирует по частям Правильная часть Не обращайте внимание на пропуск C Использует $x = 0, y = 1$ для оценки C Верное уравнение в x и y
4(a)	$\frac{10!}{3!3!2!}$ $= 50400$	M1 A1 [2]	
4(b)	$\frac{8!}{3!2!}$ $= 3360$	M1 A1 [2]	
4(c)	$\frac{6!}{2!} \cdot C^2_7$ $= 2520$ $\frac{2520}{3360} \left(= \frac{3}{4} \right) \text{ или эквивалент}$	M1 A1 M1 A1 [4]	Разделяет I Правильно использует свои значения

6.3 Экзаменационная работа 3

- 1 На рисунке изображена фигура R , ограниченная кривой $y = \frac{6}{\sqrt{3x+2}}$ и прямыми $x = 1, x = 6, y = 0$.



Фигура R вращается вокруг оси Ox .

Покажите, что объем полученного тела равен $24\pi \ln 2$.

[5]

- 2 Известно, что 25% всех старшеклассников в школе выступают за предложение увеличить время, затрачиваемое на выполнение домашних заданий. Наугад выбираются пять старшеклассников.

Найдите вероятность того, что за это предложение

- (a) выступает по крайней мере один из пяти старшеклассников,

[3]

- (b) выступают большинство из пяти старшеклассников.

[3]

- 3 (a) Используя теорему Муавра, покажите, что $\cos 5x \equiv 16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 5\cos x$.

[5]

- (b) Кривая y задана уравнением $y = 16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 5\cos x + 1$ для промежутка $0 \leq x \leq 2\pi$.

Определите значения x , для которых $y = 0$.

[3]

- 4 Три точки лежат на одной плоскости. Даны их радиус-векторы по отношению к началу координат O .

$$\mathbf{r}_1 = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} + 5\mathbf{k}, \quad \mathbf{r}_2 = 12\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}, \quad \mathbf{r}_3 = 9\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 3\mathbf{k}.$$

- (a) Покажите, что $(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) = 6\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 12\mathbf{k}$.

[4]

- (b) Используя скалярное произведение $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$ и $6\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 12\mathbf{k}$ или другим способом, найдите декартово уравнение плоскости, содержащей эти три точки.

[4]

Схема выставления баллов

Вопрос	Ответ	Балл	Дополнительные инструкции
1	Попытка использовать $\int_1^6 \frac{36}{3x+2} dx$	M1	Ответ задан, проверяйте всю работу
	Получает $12(\pi) \ln(3x+2)$	A1	
	Использует пределы в правильном порядке в <i>своем</i> интеграле, содержащем $\ln$	M1	
	Попытка использования по меньшей мере одного свойства логарифма	M1	
	Получает $24\pi \ln 2$	A1	
		[5]	
2(a)	Определяет или подразумевает Биномиальное распределение (5; 0,25)	B1	Принимайте $P(X=1) + \dots + P(X=5)$
	Использует $P(X \geq 1) = 1 - P(0)$	M1	
	Получает 0,763 (0,7626953...)	A1	
		[3]	
2(b)	Определяет $P(X \geq 3)$	B1	Биномиальные коэффициенты или эквивалентная дробь Принимать эквивалентную дробь
	Попытка $C_5^3 (0,25)^3 (0,75)^2 + C_5^4 (0,25)^4 (0,75) + (0,25)^5$	M1	
	Получает 0,104 (0,1035156...)	A1	
		[3]	

Вопрос	Ответ	Балл	Дополнительные инструкции
3(a)	Определяет $(\cos x + i \sin x)^5 = \cos 5x + i \sin 5x$	B1	Получает по крайней мере два неупрощенных члена Должна быть видна как минимум одна правильная замена Ответ дается в вопросе, все детали должны быть предоставлены
	Попытка разложения $(\cos x + i \sin x)^5$	M1	
	Получает как минимум $\cos^5 x - 10\cos^3 x \sin^2 x + 5\cos x \sin^4 x$	A1	
	Заменяет $\sin^2 x$ выражением $(1 - \cos^2 x)$ в <i>своем</i> разложении	M1	
	Получает $16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 5\cos x$	A1	
		[5]	
3(b)	Определяет или подразумевает $16\cos^5 x - 20\cos^3 x + 5\cos x + 1 = \cos 5x + 1$	B1	Использует правильный порядок действий
	Попытка правильного решения $\cos 5x = -1$	M1	
	Получает $\frac{\pi}{5}; \frac{3\pi}{5}; \pi; \frac{7\pi}{5}; \frac{9\pi}{5}$	A1	
		[3]	
4(a)	Получает $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = 9\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ и $\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1 = 6\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$	B1	Обратите внимание , что ответ дается в вопросе
	Определяет $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 9 & 1 & -4 \\ 6 & 2 & 2 \end{vmatrix}$	B1	
	Попытка оценки	M1	
	Получает $6\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 12\mathbf{k}$	A1	
		[4]	
4(b)	Определяет $\begin{pmatrix} x-3 \\ y-1 \\ z-5 \end{pmatrix}$	B1	Должен показать сумму произведения Должен раскрыть скобки и привести подобные члены
	Попытка скалярного умножения с $6\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 12\mathbf{k} = \mathbf{0}$	M1	
	Попытка упростить неупрощенный ответ	M1	
	Получает $x - y + 2z = 12$	A1	
		[4]	