

# ТЕСТОВАЯ СПЕЦИФИКАЦИЯ ВНЕШНЕГО СУММАТИВНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ПО ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА»

---

## 10 класс



## Содержание

|     |                                                             |    |
|-----|-------------------------------------------------------------|----|
| 1   | Цель оценивания .....                                       | 3  |
| 1.1 | Взаимосвязь с международными стандартами.....               | 3  |
| 1.2 | Взаимосвязь с учебной программой.....                       | 3  |
| 1.3 | Взаимосвязь с Моделью критериального оценивания (МКО) ..... | 3  |
| 2   | Обзор внешнего суммативного оценивания .....                | 3  |
| 2.1 | Описание экзаменационных работ.....                         | 3  |
| 2.2 | Задачи оценивания .....                                     | 4  |
| 2.3 | Использование калькулятора .....                            | 4  |
| 2.4 | Распределение баллов .....                                  | 5  |
| 2.5 | Язык экзамена .....                                         | 5  |
| 3   | Управление процессом проведения экзамена.....               | 5  |
| 4   | Процесс выставления баллов.....                             | 6  |
| 5   | Процесс выставления оценок.....                             | 6  |
| 5.1 | Описание оценок .....                                       | 6  |
| 6   | Примеры вопросов и схем выставления баллов .....            | 7  |
| 6.1 | Экзаменационная работа 1 .....                              | 8  |
| 6.2 | Экзаменационная работа 2 .....                              | 11 |

## 1 Цель оценивания

Цель оценивания – определение уровня знаний и умений учащихся, приобретенных в процессе обучения, а также их способностей применять навыки высокого порядка.

### 1.1 Взаимосвязь с международными стандартами

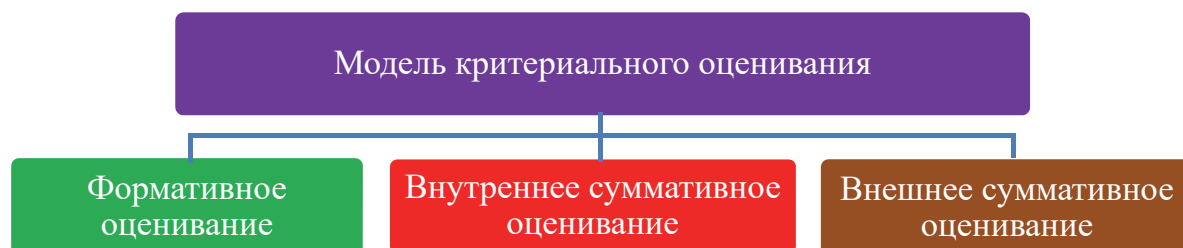
Задания внешнего суммативного оценивания по предмету «Математика» в 10 классе разрабатываются в соответствии с международным стандартом IGCSE.

### 1.2 Взаимосвязь с учебной программой

Внешнее суммативное оценивание в 10 классах охватывает содержание образовательной программы АОО «Назарбаев Интеллектуальные школы» – NIS-Programme для 9-10 классов. Уровень знаний и умений, а также навыки учащихся определяются ожидаемыми результатами учебной программы по предмету «Математика».

### 1.3 Взаимосвязь с Моделью критериального оценивания (МКО)

Внешнее суммативное оценивание является частью Модели критериального оценивания, которая также включает формативное оценивание и внутреннее суммативное оценивание.



## 2 Обзор внешнего суммативного оценивания

Учащиеся выполняют две экзаменационные работы. Каждая экзаменационная работа содержит вопросы из разных разделов учебной программы. В совокупности две экзаменационные работы охватывают все разделы учебной программы.

### 2.1 Описание экзаменационных работ

| Экзаменационная работа 1                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 90 минут |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| Экзаменационная работа состоит из 16-19 структурированных вопросов, требующих краткого и развернутого ответов. Учащиеся могут использовать математические инструменты: линейка, транспортир и циркуль.<br>Все вопросы являются обязательными для выполнения.<br><b>Не разрешается пользоваться калькулятором.</b> |          |
| <b>80 баллов – 50% от общего количества баллов</b>                                                                                                                                                                                                                                                                |          |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| <b>Экзаменационная работа 2</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <b>90 минут</b> |
| <p>Экзаменационная работа состоит из 16-19 структурированных вопросов, требующих краткого и развернутого ответов. Учащиеся могут использовать математические инструменты: линейка, транспортир и циркуль.</p> <p>Все вопросы являются обязательными для выполнения.</p> <p>Разрешается пользоваться калькулятором.</p> |                 |
| <b>80 баллов – 50% от общего количества баллов</b>                                                                                                                                                                                                                                                                     |                 |

## 2.2 Задачи оценивания

|     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3О1 | <p><b>Математические приемы</b></p> <p>Учащиеся должны уметь воспроизводить, выбирать и использовать математические факты, понятия и приемы.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| 3О2 | <p><b>Применение математики</b></p> <p>Учащиеся должны уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• выбирать рациональный подход и применять соответствующий прием при решении задач, в том числе многоэтапных;</li> <li>• моделировать ситуации, в том числе связанные с реальными событиями, используя математические приемы и методы, и интерпретировать решения в контексте задач;</li> <li>• использовать логические аргументы для представления результатов решения или для доказательств математических высказываний;</li> <li>• представлять решения и приводить аргументы, используя подходящие математические обозначения и форму записи.</li> </ul> |

## 2.3 Использование калькулятора

Запрещается использование калькулятора при выполнении заданий экзаменационной работы 1, допускается использование инженерных калькуляторов в экзаменационной работе 2.

Калькулятор должен:

- быть подходящего размера для использования;
- работать на обыкновенных или солнечных батареях;
- быть без крышек, футляров и покрытий с напечатанными инструкциями или формулами.

Калькулятор не должен содержать следующие функции:

- алгебраическое преобразование;
- дифференцирование и интегрирование;
- связь с другими устройствами и Интернетом.

Калькулятор не должен содержать легко извлекаемую информацию, в том числе:

- базу данных;
- словари;
- математические формулы;
- тексты.

## 2.4 Распределение баллов

Распределение баллов по задачам оценивания.

| Задачи оценивания         | Экзаменационная работа 1 | Экзаменационная работа 2 | Всего      |
|---------------------------|--------------------------|--------------------------|------------|
| ЗО1 Математические приемы | 35 – 45                  | 35 – 45                  | 80         |
| ЗО2 Применение математики | 35 – 45                  | 35 – 45                  | 80         |
| <b>Всего</b>              | <b>80</b>                | <b>80</b>                | <b>160</b> |

Распределение баллов по разделам учебной программы.

| Числа                     | Алгебра                         | Геометрия                       | Статистика и теория вероятностей | Математическое моделирование и анализ |
|---------------------------|---------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| 5% - 10%<br>(8-16 баллов) | 32.5% - 37.5%<br>(52-60 баллов) | 32.5% - 37.5%<br>(52-60 баллов) | 5% - 10%<br>(8-16 баллов)        | 12.5% -17.5%<br>(20-28 баллов)        |

Распределение баллов по классам.

| Класс         | 9 класс   | 10 класс  |
|---------------|-----------|-----------|
| Распределение | 45% - 55% | 45% - 55% |

## 2.5 Язык экзамена

Экзамен сдаётся в зависимости от языка обучения на казахском или русском языке.

## 3 Управление процессом проведения экзамена

Экзамены проводятся в соответствии с Инструкцией по организации и проведению внешнего суммативного оценивания учебных достижений учащихся Назарбаев Интеллектуальных школ с соблюдением всех мер безопасности. Инструкция содержит следующие основные пункты:

- экзаменационные материалы и их безопасность;
- обязанности учителей, дежурных и администраторов;
- подготовка аудиторий и материалов для проведения экзамена;
- подготовка соответствующих аудиторий для проведения письменных и практических экзаменов.

## 4 Процесс выставления баллов

Процесс выставления баллов осуществляется аттестационной комиссией, в состав которой входят главный экзаменатор, лидеры групп и экзаменаторы. Для выставления баллов по каждой экзаменационной работе создаются группы экзаменаторов, возглавляемые лидерами групп.

Во время выставления баллов все экзаменаторы используют одинаковую версию схемы выставления баллов. Экзаменационные работы, проверенные экзаменаторами, выборочно проверяются лидерами групп, главным экзаменатором для обеспечения правильного применения схемы выставления баллов и объективности оценивания.

## 5 Процесс выставления оценок

Результаты оценивания по каждому предмету выставляются в виде буквенных оценок А\*, А, В, С, D и E, где А\* является самым высоким уровнем учебных достижений, а E – самым низким.

Оценка U (неудовлетворительно) означает, что учащийся не освоил материал учебной программы.

Оценка учебных достижений учащихся по предмету высчитывается непосредственно из общего балла за все экзаменационные работы, а не из оценок за отдельные экзаменационные работы.

В тестовой спецификации даны описания ключевых оценок А, С и E. Аттестационная комиссия устанавливает границы для этих оценок на основе профессионального суждения и результатов учащихся. Границы оценок А\*, В и D устанавливаются арифметическим путем.

Оценки А\*, А, В, С, D и E переводятся в итоговые оценки.

### 5.1 Описание оценок

Описание ключевых оценок дается для общего представления стандартов возможных достижений учащихся, за которые присуждается определенная оценка. На практике присужденная оценка зависит от степени соответствия работ учащихся задачам оценивания.

| Оценка | Описание                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| А      | Учащийся демонстрирует глубокое знание и понимание предмета. Учащийся является в полной мере компетентным в использовании математических приемов, содержащихся в учебной программе, и способен выбрать метод решения, соответствующий конкретной ситуации. Учащийся владеет прочными арифметическими навыками и способен производить точные вычисления с калькулятором и без него. Учащийся способен применять математические приемы в различных контекстах, знакомых и незнакомых. Учащийся может использовать правильные математические суждения при решении задач, четко обосновывая выбор математических приемов. |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|---|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| С | Учащийся демонстрирует хорошее знание и понимание предмета. Учащийся является компетентным в использовании математических приемов, содержащихся в учебной программе, и способен выбрать метод решения, соответствующий конкретной ситуации. Учащийся владеет хорошими арифметическими навыками и умеет эффективно использовать калькулятор. Учащийся применяет свои знания для решения задач, представленных в известных контекстах, в том числе многоступенчатых задач. В своих решениях учащийся использует математические суждения. Учащийся выбирает эффективные методы для поиска решений, проверяя, насколько правдоподобны эти решения. |
| Е | Учащийся демонстрирует базовые знания по предмету. Учащийся является компетентным в использовании некоторых математических приемов, содержащихся в учебной программе. Учащийся может выполнять стандартные арифметические вычисления, алгебраические преобразования, а также понимает некоторые результаты решения геометрических задач. Учащийся умеет применять свои знания при решении типовых задач. Иногда при решении несложных задач учащийся может определить соответствующие математические приемы и применить их для поиска решения. В некоторых случаях учащийся может интерпретировать результаты решения в заданном контексте.    |

## 6 Примеры вопросов и схем выставления баллов

В конце каждого вопроса в квадратных скобках [ ] указывается начисляемый за него балл.

В качестве руководства предоставляются схемы выставления баллов, в которых четко указывается количество баллов, присваиваемых за каждый вопрос.

Инструкция по выставлению баллов по предмету «Математика»:

**М** Балл начисляется за применение правильного метода и не снимается за арифметические ошибки;

**А** Балл начисляется за верный ответ и зависит от предыдущих баллов М, поэтому при М0 балл А1 не начисляется;

**В** Балл выставляется независимо от балла М и начисляется за верный промежуточный результат или верный ответ;

**ft** В схеме выставления баллов, где указано «*следует из ...*», балл может быть начислен за действия учащегося, которые следуют из ответа на предыдущий вопрос, независимо от того, был он правильным или нет.



## 6.1 Экзаменационная работа 1

1 Даны функции  $f$  и  $g$

$$f(x) = \sqrt{8-2x}, \quad \text{где } x \leq \alpha$$
$$g(x) = 3x - 2.$$

(a) Найдите наибольшее возможное значение  $\alpha$ .

..... [2]

(b) Найдите  $f(g(\frac{1}{2}))$ .

..... [2]

(c)  $h$  – это функция, обратная функции  $g$ .

Найдите  $h(16)$ .

..... [2]

(d) Решите  $f(x) = x$ .

$x =$  ..... [3]

2 (i) В сумке имеется 5 красных и 4 зеленых шара.

Из сумки наугад выбирают один шар и возвращают его обратно.

Затем оттуда еще раз наугад выбирают один шар.

Вычислите вероятность того, что **оба** шара красные.

..... [2]

(ii) У Куата 12 игрушечных машин, и все они разные.

Три его машины синего цвета.

Он выбирает пять из своих машин, чтобы взять с собой в школу.

Куат хочет, чтобы среди них **ровно** одна машина была синего цвета.

Сколько имеется возможных способов выбора?

..... [3]

### 3 Вычислите

$$6 \cdot \sqrt[4]{9^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^2} \cdot 3.$$

..... [4]

#### Схема выставления баллов

| Вопрос      | Ответ                                                                                                                    | Балл                                               | Дополнительные инструкции                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1(a)</b> | $(a =) 4$                                                                                                                | <b>B2</b><br>[2]                                   | B1 за $8 - 2x \geq 0$                                                                                                                                                                                                                                     |
| <b>1(b)</b> | $(f(g(\frac{1}{2}))) = \sqrt{8 - 2(3 \cdot \frac{1}{2} - 2)}$<br><br>$\sqrt{12 - 6 \cdot \frac{1}{2}} = 3$               | <b>M1</b><br><br><b>A1</b><br>[2]                  | или эквивалент<br><br>или эквивалент                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>1(c)</b> | $3x - 2 = 16$<br><br>6                                                                                                   | <b>M1</b><br><br><b>A1</b>                         | или эквивалент                                                                                                                                                                                                                                            |
|             | <b>Альтернативный ответ:</b><br>$3y - 2 = x$ или $h(x) = \frac{x+2}{3}$<br><br>6                                         | <b>M1</b><br><br><b>A1</b><br>[2]                  | За правильный метод нахождения обратной функции (меняя местами $x$ и $y$ в любом месте вычислений)                                                                                                                                                        |
| <b>1(d)</b> | $8 - 2x = x^2$<br><br>$x^2 + 2x - 8 (= 0)$<br>$(x + a)(x + b)$ , где либо $ab = -8$<br>либо $a + b = 2$<br><br>$(x =) 2$ | <b>B1</b><br><br><b>M1</b><br><br><b>A1</b><br>[3] | За правильное уравнение, не содержащее квадратного корня<br><br>За преобразование <i>своего</i> квадратного уравнения и за правильный метод решения<br><br>Принимать правильное применение дискриминанта<br><br>Допускается $(x =) -4$ , $(x =) 2$ для A1 |

| Вопрос       | Ответ                                                                                                                                                                                                                                                     | Балл                                                                           | Дополнительные инструкции                                                                                                                                                                                           |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>2(i)</b>  | $(P(\text{красный}) =) \frac{5}{9}$<br><br>$\frac{25}{81}$                                                                                                                                                                                                | <b>M1</b><br><br><b>A1</b>                                                     | Видно или подразумевается в вычислении<br><br>Принимаются десятичные эквиваленты в промежутке $[0,308; 0,31]$                                                                                                       |
|              | <b>Альтернативный ответ:</b><br><br>(Общее количество всевозможных результатов $=) 9^2$ или 81<br>или<br>(Количество результатов с 2 красными) $= 5^2$ или 25<br><br>$\frac{25}{81}$                                                                      | <b>M1</b><br><br><br><br><b>A1</b><br><br><b>[2]</b>                           | Принимаются десятичные эквиваленты в промежутке $[0,308, 0,31]$                                                                                                                                                     |
| <b>2(ii)</b> | $\binom{3}{1}$ или 3 или $\binom{9}{4}$ или 126<br><br>$\binom{3}{1} \cdot \binom{9}{4}$<br><br>378                                                                                                                                                       | <b>M1</b><br><br><b>M1</b><br><br><b>A1</b><br><br><b>[3]</b>                  | Должно быть произведение формы $C_b^a \cdot C_d^c$ как минимум с тремя правильными $a, b, c, d$                                                                                                                     |
| <b>3</b>     | $\left(9^{-\frac{3}{2}} =\right) \frac{1}{27}$ или эквивалент<br><br>$\left(\left(1\frac{1}{3}\right)^2 =\right) \frac{16}{9}$ или эквивалент<br><br>$9^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 3 = \frac{16}{81}$ или эквивалент<br><br>4 | <b>V1</b><br><br><b>V1</b><br><br><b>M1</b><br><br><b>A1</b><br><br><b>[4]</b> | Правильная оценка вычисления под корнем четвертой степени<br>Следует из <i>своих</i> $\frac{1}{27}$ и $\frac{16}{9}$<br><br>Ответ 4 подразумевает все предыдущие баллы, при условии, если нет ошибки в вычислениях. |

## 6.2 Экзаменационная работа 2

1 Дано уравнение окружности

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 13 .$$

(a) Напишите координаты центра окружности.

( ..... ; ..... ) [1]

(b) Покажите, что точка (5; 3) лежит на окружности.

[2]

(c) Найдите уравнение касательной к окружности в точке (5; 3).

Дайте свой ответ в виде  $ax + by = c$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  – целые числа.

..... [4]

2 В вазе стоят 15 красных и 10 розовых роз.

Методом случайного выбора составляют букет из 5 роз.

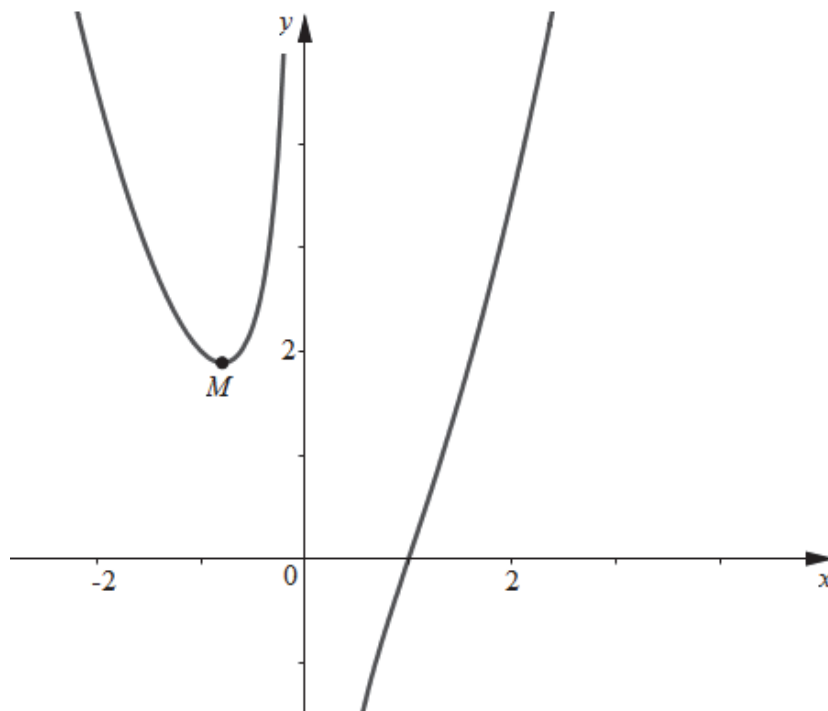
Найдите вероятность того, что в букете красных роз будет больше, чем белых.

..... [5]

- 3 (a) Найдите производную функции  $y = x^2 - \frac{1}{x}$ .

..... [2]

На рисунке показана часть графика функции  $y = x^2 - \frac{1}{x}$ .



В точке  $M$  функция имеет минимум.

- (b) Используя производную, полученную в пункте (a), найдите координаты точки  $M$ .

..... [3]

### Схема выставления баллов

| Вопрос      | Ответ                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Балл                                                                               | Дополнительные инструкции                                                                                                                                                                                            |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1(a)</b> | (2; 1)                                                                                                                                                                                                                                                                                              | <b>B1</b><br><b>[1]</b>                                                            |                                                                                                                                                                                                                      |
| <b>1(b)</b> | $(5 - 2)^2 + (3 - 1)^2$<br><br>13 и<br>соответствующий вывод, например,<br>поэтому на окружности                                                                                                                                                                                                    | <b>M1</b><br><br><b>A1</b>                                                         | Подстановка $x = 5$ и $y = 3$ в уравнение окружности.<br><br>Отсутствие неправильных действий                                                                                                                        |
|             | <b>Альтернативный ответ:</b><br>Расстояние от (5, 3) до центра<br>$\sqrt{(5 - \text{свой } 2)^2 + (3 - \text{свой } 1)^2}$<br><br>$\sqrt{13}$<br><b>и</b><br>радиус окружности $= \sqrt{13}$ , поэтому на окружности                                                                                | <b>M1</b><br><br><b>A1</b><br><br><b>[2]</b>                                       | Отсутствие неправильных действий                                                                                                                                                                                     |
| <b>1(c)</b> | Угловой коэффициент прямой, проходящей через центр и точку (5, 3):<br>$\frac{3 - \text{свой } 1}{5 - \text{свой } 2}$ или $\frac{2}{3}$<br><br>(угловой коэффициент касательной =)<br>$-1 : \text{свой } \frac{2}{3}$ или $\frac{-3}{2}$<br><br>$y - 3 = \frac{-3}{2}(x - 5)$<br><br>$3x + 2y = 21$ | <b>M1</b><br><br><b>M1</b><br><br><b>M1 dep</b><br><br><b>A1</b><br><br><b>[4]</b> | Правильный способ нахождения углового коэффициента<br><br><br><br>Уравнение прямой, проходящей через (5, 3)<br>В зависимости от балла за предыдущий метод<br><br>Или эквивалентное уравнение с целыми коэффициентами |

| Вопрос      | Ответ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Балл                                                                        | Дополнительные инструкции                                                                                                                                                                                                           |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>2</b>    | $C_{25}^5$ или 53130<br>$C_{15}^5$ или $C_{15}^4 \cdot C_{10}^1$ или $C_{15}^3 \cdot C_{10}^2$<br>$C_{15}^3 \cdot C_{10}^2 + C_{15}^4 \cdot C_{10}^1 + C_{15}^5$<br><div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <span><math>\frac{своё}{своё} 37128</math></span> <span><math>\frac{своё}{своё} 53130</math></span> </div> $\frac{884}{1265}$ или $\approx 0,699...$ | <b>B1</b><br><b>M1</b><br><b>M1</b><br><b>M1</b><br><b>A1</b><br><b>[5]</b> | Видно или подразумевается в вычислениях<br>Попытка применения правила умножения<br>Попытка применения правила суммы для числа сочетаний со <i>своими</i> значениями <i>n</i> и <i>m</i><br>Не принимайте ответы с меньшей точностью |
| <b>3(a)</b> | $2x - (x^{-1})'$<br>$2x + x^{-2}$ или $2x + \frac{1}{x^2}$ или $\frac{2x^3 + 1}{x^2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>M1</b><br><b>A1</b><br><b>[2]</b>                                        | Преобразование дроби в степень с отрицательным показателем и попытка дифференцирования<br>Присудите оба балла за правильный ответ без подробного решения                                                                            |
| <b>3(b)</b> | $2x + \frac{1}{x^2} = 0$ и отсюда $2x^3 + 1 = 0$<br>$x = -\sqrt[3]{0,5}$ или $-0,794$ или эквивалент<br>$y = 1,89...$ или точнее                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>M1</b><br><b>A1</b><br><b>A1</b><br><b>[3]</b>                           | Приравнивание <i>своей</i> производной к 0 и попытка решения уравнения<br>1,88988157... или 1,88988184...                                                                                                                           |

